

**Муниципальное образовательное учреждение Елховоозернская  
средняя общеобразовательная школа муниципального образования  
«Цильнинский район» Ульяновской области**

# **Письменная консультация**

**для учащихся 10-11 классов**

**по теме:**

**«Решение задач по теории вероятностей»**

**Разработал: учитель математики  
А.Г. Булатов**

**Рассмотрено на заседании  
методического совета школы**

**Протокол №1 от 03.09.2015**

**\_\_\_\_\_ Е.В. Тимошкина**

**с. Елховое Озеро**

**2015**

Одной из обязательных задач первой части в едином государственном экзамене по математике является задача из раздела «Теория вероятностей». Учитывая множество разнообразных задач в данном курсе математики, составители ЕГЭ сконцентрировались на некоторых из них.

Надо признать, что большинство из задач поддаются решению практически всем выпускникам. Тем не менее, стоит выделить основные понятия и необходимые теоремы, знание которых позволит подойти к выполнению таких задач во всеоружии. Для успешного решения таких задач необходимо сначала освоить ключевые понятия. В данной письменной консультации предлагаются к рассмотрению основные понятия и примеры решенных задач, встречающихся в едином государственном экзамене.

### 1. Вероятность события

Если  $n$  – число всех исходов некоторого испытания,  $m$  – число благоприятствующих событию  $A$  исходов, то вероятность события  $A$  равна

$$p(A) = \frac{m}{n}$$

#### Пример 1.

Бросается игральный кубик, какова вероятность того, что выпадет число 4.

#### Решение:

У кубика 6 сторон, выпасть может любая из них  $\Rightarrow$  число всех исходов равно 6.

Число 4 может выпасть только в одном случае  $\Rightarrow$  число благоприятствующих исходов равно 1.

Тогда

$$p(A) = \frac{1}{6}$$

### 2. Сложение вероятностей

Суммой событий  $A$  и  $B$  называют событие  $A + B$ , состоящее в появлении либо только события  $A$ , либо только события  $B$ , либо и события  $A$  и события  $B$  одновременно.

$$P(A+B)=P(A)+P(B)$$

#### Пример 2.

В ящике лежат 10 шаров: 4 красных, 1 синий и 5 черных. Наугад вынимается один шар. Какова вероятность того, что шар красный или синий.

#### Решение:

Пусть событие  $A$  – вынут красный шар.

$$p(A) = \frac{4}{10}$$

Событие  $B$  – вынут синий шар.

$$p(B) = \frac{1}{10}$$

Тогда вероятность того, что вынутый шар красный или синий равна:

$$p(A + B) = \frac{4}{10} + \frac{1}{10} = \frac{5}{10} = 0,5$$

### 3. Произведение вероятностей

Произведением событий А и В называется событие АВ, состоящее в появлении и события А, и события В.

$$P(AB)=P(A)\times P(B)$$

#### Пример 3.

Дважды бросается игральный кубик. Какова вероятность того, что оба раза выпадет число 5.

#### Решение:

Пусть событие А – 1-й раз выпадет 5. событие В – 2-й раз выпадет 5.

$$p(A) = \frac{1}{6}$$

$$p(B) = \frac{1}{6}$$

Тогда вероятность того, что оба раза выпадет число 5

$$p(AB) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$

### 4. Перестановки

Перестановками из n элементов называются такие соединения, которые отличаются друг от друга только порядком расположения.

Обозначение:

$$P_n = n!$$

n – количество элементов

#### Пример 4.

Есть 4 карандаша разного цвета. Сколькими способами можно их расположить на столе.

#### Решение:

На первое место можно поставить любой из 4-х карандашей – 4 способа для дальнейшего расположения.

На второе место – любой из оставшихся 3-х, получилось  $4 \times 3 = 12$  вариантов, на третье место один из двух оставшихся, вариантов уже  $12 \times 2 = 24$

или по формуле:

$$P_4 = 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24.$$

### 5. Размещения

Размещениями из m элементов по n называются такие соединения, которые содержат n элементов из множества m элементов и отличаются друг от друга либо самими элементами (состав), либо порядком их расположения.

Обозначение:

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$$

n – общее количество элементов;

m – количество отбираемых элементов/

#### Пример 5.

В классе 20 чел. Сколькими способами можно выбрать 2 чел. для конкурса.

#### Решение:

Общее количество элементов  $n = 20$ ,  $m = 2$ .

Порядок не важен. Используя формулу получим число выборок:

$$A_{20}^2 = \frac{20!}{(20-2)!} = \frac{20!}{18!} = \frac{20 \times 19 \times 18!}{18!} = 20 \times 19 = 380.$$

## 6. Сочетания

Сочетаниями из  $n$  элементов по  $m$  называются такие соединения, которые содержат  $m$  элементов из множества  $n$  элементов и отличаются друг от друга по крайней мере одним элементом.

Обозначение:

$$C_n^m = \frac{n!}{m! \times (n - m)!}$$

$n$  – общее количество элементов;

$m$  – количество отбираемых элементов.

### Пример 6.

Имеется стопка из 25 книг. Сколькими способами можно выбрать 3 книги.

**Решение:**

Общее количество элементов  $n = 25$ ,  $m = 3$ .

Порядок не важен, выборки отличаются только составом книг.

Используя формулу, получим число выборок:

$$C_{25}^3 = \frac{25!}{3! \times (25 - 3)!} = \frac{25 \times 24 \times 23 \times 22!}{3 \times 2 \times 1 \times 22!} = 2300$$

## 7. Задачи

### №1

На чемпионате мира по гимнастике участвуют 50 спортсменок: 22 из Японии, 12 из Китая, остальные из Кореи. Порядок выступления определяется жребием. Найдите вероятность, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Кореи.

**Решение:**

Вероятность того, что любая из 50 спортсменок будет выступать первой равна

$$P = \frac{1}{50}$$

Из Кореи выступают  $50 - 22 - 12 = 16$  спортсменок.

Тогда вероятность того, что спортсменка из Кореи будет равна

$$P = \frac{1}{50} \times 16 = \frac{16}{50} = 0,32$$

**Ответ: 0,32.**

### Задание для более подготовленных учащихся:

Предложите свой способ решения данной задачи. Что Вы можете взять за благоприятные исходы, а что в таком случае за все исходы?

### №2

В среднем из 1000 садовых насосов, поступивших в продажу, 7 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

**Решение:**

Пусть событие  $A$  – выбран исправный насос.

Кол-во исправных насосов равно  $1000 - 7 = 993$  (число благоприятных исходов при выборке).

Вероятность выбора не подтекающего насоса равна:

$$P(A) = 993/1000 = 0,993$$

**Ответ: 0,993.**

### №3

На экзамене 60 билетов, Андрей не выучил 3 из них. Найдите вероятность того, что ему попадется выученный билет.

**Решение:**

Событие А – вероятность того, что билет выученный. Андрей выучил  $60 - 3 = 57$  билетов – число благоприятных исходов.

Всего билетов 60, значит

$$P(A) = 57/60 = 0,95.$$

**Ответ: 0,95.**

### №4

В фирме такси в данный момент свободно 20 машин: 10 черных, 2 желтых и 8 зеленых. По вызову выехала одна из машин. Найдите вероятность того, что выехало зеленое такси.

**Решение:**

Событие А заключается в том, что выехало зеленое такси. Для зеленого такси число благоприятных исходов равно 8. Общее число машин равно 20, значит

$$P(A) = 8/20 = 0,4.$$

**Ответ: 0,4.**

### №5

Если гроссмейстер А. играет белыми, то он выигрывает у гроссмейстера Б. с вероятностью 0,6. Если А. играет черными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,4. Гроссмейстеры А. и Б. играют 2 партии, причем во 2-ой партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.

**Решение:**

Пусть событие F это выигрыш А. в 1-ой партии, G – выигрыш А. в 2-ой партии, С – А. выиграет обе партии.

$$P(F) = 0,6$$

$$P(G) = 0,4.$$

Вероятность наступления С равна произведению  $P(F)$  и  $P(G)$ , т.е. наступят события G и С

$$P(C) = 0,6 \times 0,4 = 0,24.$$

**Ответ: 0,24.**

### Задание для более подготовленных учащихся:

Рассмотрите другие возможные исходы двух партий шахматистов и найдите вероятности данных исходов. Сделайте вывод по всем случаям.

### №6

При двукратном бросании игрального кубика в сумме выпало 6 очков. Найдите вероятность того, что в первый раз выпало меньше 3 очков.

**Решение:**

При двукратном бросании возможны следующие выпадения:

1-й бросок – 2-й бросок

1 – 5.

2 – 4.

3 – 3.

4 – 2.

5 – 1.

Пусть событие А заключается в том, что в первый раз выпало меньше 3 очков.

Число благоприятствующих исходов для события А равно 2, общее число исходов равно 5.

Следовательно,

$$P(A)=2/5=0,4.$$

**Ответ: 0,4.**

### №7

В классе 7 мальчиков и 14 девочек. 1 сентября случайным образом определяют двух дежурных на 2 сентября. Найдите вероятность того, что будут дежурить 2 мальчика.

**Решение:**

Событие А – будут дежурить 2 мальчика.

В классе всего 21 чел., выбрать двоих можно

$$C_{21}^2 = \frac{21!}{2! \times (21-2)!} = 210 \text{ способами.}$$

Мальчиков 7, двоих из них можно выбрать

$$C_7^2 = \frac{7!}{2! \times (7-2)!} = 21 \text{ способами.}$$

Тогда вероятность того, что будут дежурить 2 мальчика равна

$$P(A)=21/210 = 0,1$$

**Ответ: 0,1.**

## Список литературы

1. Бугров Я.С., Никольский С.М. Высшая математика. Задачник. – М.: Кнорус, 2010. – 364 с.
2. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2-х ч. Ч. II: Учеб. пособие для вузов. – 5-е издание, испр. – М.: Высшая школа, 2012. – 416 с.
3. Сборник задач по математике для вузов / Под редю А.В. Ефимова и Б.П. Демидовича. – М.: Высшая школа, 2007. – 410 с.